# 2019학년 졸업고사-Analysis

학부(과) ____________ 학년 ____ 학번 _________ 성명 _________ 검인 ☐

---

1\. (a) 함수 $f: [0,1] \to \mathbb{R}$가 아래와 같이 정의된다.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{q}, & x = \frac{p}{q} \in \mathbb{Q} \\ 0, & x \in \mathbb{Q}^c \end{cases}.$$

여기서 $p$와 $q$는 서로소이다. 함수 $f$가 구간 $[0,1]$에서 적분가능함을 적분의 정의를 이용하여 보이시오. (르베그 정리 사용하지 마시오)

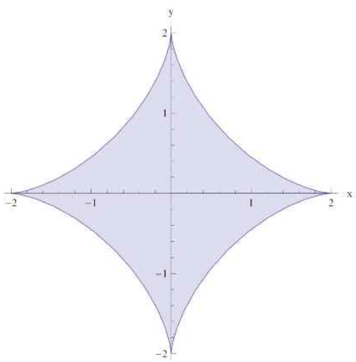
(b) $a < b$인 실수 $a, b \in \mathbb{R}$에 대하여 함수 $f: [a,b] \to \mathbb{R}$가 증가함수이면 $f$는 구간 $[a,b]$에서 적분 가능임을 보이시오.

2\. (a) 균등수렴에 대한 디리클렛 정리를 서술하고 증명하시오.

(b) (a)를 이용하여 함수열 $f_n = \frac{\sin(nx)}{n}$에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} f_n$이 임의의 닫힌 구간 $[a,b] \subset (0, 2\pi)$에서 균등 수렴임을 보이시오.

3. $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ 가 연속함수이고 실수열 $\{x_n\}$이 코시수열(Cauchy sequence)이면 $\{f(x_n)\}$도 코시수열인지를 판정하고 이에 대한 근거를 제시하시오.

4. 곡선 $x=2\cos^3\theta, y=2\sin^3\theta$가 아래와 같을 때, 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.




5. 이중적분

$$\int_{1/\sqrt{2}}^{1}\int_{\sqrt{1-x^2}}^{x} e^{-(x^2+y^2)}\,dy\,dx+\int_{1}^{\sqrt{2}}\int_{0}^{x} e^{-(x^2+y^2)}\,dy\,dx+\int_{\sqrt{2}}^{2}\int_{0}^{\sqrt{4-x^2}} e^{-(x^2+y^2)}\,dy\,dx$$

을 계산하여라.

6. 벡터장 $\boldsymbol{F}(x,y,z)=y^2\boldsymbol{i}+(2xy+e^{3z})\boldsymbol{j}+3ye^{3z}\boldsymbol{k}$이고 곡선 $C$ 는 $\boldsymbol{r}(t)=t^{2018}\boldsymbol{i}+\sin\left(\frac{\pi t}{t^2+1}\right)\boldsymbol{j}+\frac{1}{3}\ln(1+t^{2018})\boldsymbol{k}$, $(0\le t\le 1)$에 의해 주어질 때, $\int_C F\bullet d\boldsymbol{r}$를 구하여라.